

Parcial I Microeconomía Avanzada: Teoría de Juegos

Universidad de los Andes, Facultad de Economía
Alvaro J. Riascos Villegas

Marzo 3 de 2014

No puede utilizar ningún tipo de apuntes, libros, notas o artículos. Los alumnos de maestría deben hacer únicamente los cuatro primeros puntos. Los alumnos de doctorado deben hacer únicamente los puntos 1, 2, 4 y 5.

1. (25 puntos). Verdadero y falso. Para cada una de las siguientes preguntas determine si es falsa o verdadera y escriba una corta justificación de su respuesta. La nota depende de qué tan buena sea su justificación.
 - a) El concepto de equilibrio en estrategias dominadas estrictamente supone que los jugadores son inteligentes en el sentido de que todos saben que los demás no juegan estrategias dominadas estrictamente.
 - b) En un equilibrio de Nash $(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ las estrategias puras que i juega con probabilidad positiva también son una mejor respuesta a (σ_{-i}) .
 - c) El concepto de equilibrio de Nash implica el concepto de seguridad cuando el juego tiene equilibrios de Nash en estrategias puras.
 - d) El concepto de equilibrio correlacionado depende de que los jugadores tomen sus decisiones de forma independiente pero no necesariamente supone que ellos saben las recomendaciones que el mecanismo hace a los demás.
 - e) El concepto de equilibrio de Nash supone que los jugadores hacen conjeturas sobre lo que los demás van a jugar pero no supone que necesariamente estas conjeturas se realizan en equilibrio.
2. (25 puntos). N jugadores desean compartir una banda de transmisión de información. La capacidad máxima es uno y cada agente debe escoger qué cantidad $x_i \in [0, 1]$ desea transmitir. El beneficio para cada agente es:

$$x_i \left(1 - \sum_j x_j \right)$$

- a) Calcular el equilibrio de Nash simétrico.
- b) Calcular el bienestar social en el equilibrio de Nash.
- c) Calcular el bienestar social máximo.
- d) Qué significan estos resultados con relación a la eficiencia del equilibrio de Nash?

3. (25 puntos). En un juego en forma normal demostrar que si el proceso de eliminación iterativa de estrategias dominadas estrictamente es un solo perfil de estrategias, entonces ese perfil es Nash y además es el único equilibrio de Nash del juego.
4. (25 puntos). Tenemos n firmas que producen un bien homogéneo. $F : R \rightarrow R$ denota la demanda agregada. Suponemos que satisface la ley de la demanda. La función inversa la denotamos por $P : R \rightarrow R$. Cada firma tiene una función de costos creciente $C_i : R_+ \rightarrow R_+$. El conjunto de estrategias de cada firma es el nivel de producción q_i . El pago neto $\Pi_i(q_i, q_{-i}) = P(Q)q_i - C_i(q_i)$, donde Q es la oferta total que suponemos se agota completamente en el mercado.
- a) Escribir las condiciones de primer orden que caracterizan el equilibrio de Nash (competencia a la Cournot).
- b) Demostrar que:
- $$\mathcal{L}(q^*) = \lambda(Q)H(\alpha^*)$$
- donde $\mathcal{L}(q^*)$ es el índice de Lerner, $H(\alpha^*)$ es el índice de Herfindahl y $\lambda(Q)$ es la elasticidad de la demanda inversa agregada.
- c) Cómo podría usted interpretar las desviaciones de competencia perfecta en términos de la estructura del mercado (elasticidad de la demanda agregada, concentración de mercado).
5. (25 puntos). **Únicamente para los alumnos de doctorado.** Juegos de suma cero. Considere un juego bilateral de suma cero y suponga que el juego tiene por lo menos dos equilibrios de Nash distintos: (σ_1, σ_2) y $(\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2)$.
- a) Demostrar que $(\sigma_1, \hat{\sigma}_2)$ es también un equilibrio. Esta se llama la propiedad de intercambiabilidad del equilibrio.
- b) Cuál cree usted que es la importancia de la propiedad de intercambiabilidad en el análisis de multiplicación de los equilibrios en un juego bilateral de suma cero.